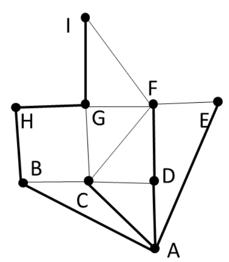
杭州电子科技大学学生考试答题卷(B)卷

考试课程	离散数学	考试日期	2018 年　月　日	成 绩	
课程号	A2707040	教师号		任课教师姓名	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	

一、填空题（共 20 个空格，每格 1.5 分，共 30 分）

1. 若树 T 有 5 个 1 度点，2 个 2 度点，其余均为 3 度点，则 T 有__10__个点。
2. 若解释 I 的个体域 D 仅包含一个元素，则 $\exists x P(x) \to \forall x P(x)$的真值为__1__。
3. 位串 10110001 与位串 01100101 逐位析取的结果为__11110101__。
4. 设 f，g 是自然数集 **N** 上的函数，$\forall x \in$ **N**，$f(x)=2x$，$g(x)=x+3$，则 $f \circ g(x)=$__$2(x+3)$__，$g^{-1}(\{5,7\})=$__$\{2, 4\}$__。//逆函数
5. 设 $\mathbf{Z}_7=\{0,1,2,3,4,5,6\}$，则在$(\mathbf{Z}_7, +_7)$中，$3^{-3}=$__5__，$|5|=$__7__。若 H=<2>是 2 生成的子群，则 H 中的元素有__{0,1, 2, 3, 4, 5, 6}__，$[\mathbf{Z}_7 : H]=$__1__。
6. 已知一有向图 D 的度数列为(2, 3, 2, 3)，并已知出度数列为(1, 2, 1, 1)，则 D 的入度数列为__(1, 1, 1, 2)__。
7. 在由 4 个命题变元组成的全体命题公式中，彼此不等价的命题公式共有__2^4__个。



8. 在左图所示的连通图 G 中，粗线表示 G 的一棵生成树 T，则弦(F, G)所对应的基本回路是__(F, G, H, B, A, D, F)__，枝(G,H)所对应的基本割集是__{(G,H), (G,C), (G,F), (I, F)}__，图 G 的边连通度 $\lambda(G)$ = __2__，图 G__不是__（填是或不是）欧拉图。
9. 若简单连通图 G 的阶为 6，且有 1 个 5 度点，1 个 3 度点，其余均为 2 度点，则该图的边数是__8__，其每棵生成树必定有__5__条枝以及__3__条弦。
10. 令 p：今天下雪了，q：路滑，则命题“虽然今天下雪了，但是路不滑”可符号化为__$p \wedge \neg q$__。

二、选择题（共 10 题，每题 1 分，共 10 分）

1. 下列性质不属于整环的是 ……………………………………………… （ B ）
   A. 乘法可交换；　B. 每一个非零元都有乘法逆元；　C. 无零因子；　D.乘法含有单位元；
2. 下面推理正确的是 ……………………………………………………… 1（ B ）
   A．$p \Rightarrow (p \wedge q)$；B. $(p \vee q) \wedge \neg p \Rightarrow q$；C. $(\neg p \to (p \vee q)) \Rightarrow q$；D. $(p \vee q) \Rightarrow p$
3. 设 A 表示某个集合，则对于代数系统(ρ(A), ∪)来说，以下说法错误的是·（ D ）
   A. 空集 ∅ 是其单位元；B. 其构成一个交换半群；C. A 是其零元；D. 其满足消去律；
4. 设 A 是由三个命题变元构成的命题公式，且其标准析取范式中恰有 5 个最小项，则 A 的成假解释有几个 ……………………………………………………… （ B ）
   A. 2；　B. 3；　C. 4；　D. 5；
5. 设某个简单图 G 的度序列为(3,4,5,4,3,5)，则在如下的判定中正确的个数是 ⋯（ C ）
   i. G 必定是连通图；ii. G 是欧拉图；iii. G 必定是哈密尔顿图；iv. $\delta(G)=3$
   A．1 个；B. 2 个；C. 3 个；D. 4 个；
6. 对于整数集合上的二元关系 $R=\{\langle a, b\rangle : a+b=0,\ a, b\in \mathbf{Z}\}$，以下说法正确的是（ B ）
   A. R 满足自反性；B. R 满足对称性；C. R 满足反对称性；D. R 满足传递性；
7. 设 G 是(n, m)连通平面图的一个平面嵌入，面数为 k，则 k 等于 ………… （ A ）
   A．$m-n+2$　　B. $n-m-2$　　C.$m+n-2$　　D. $m+n+2$
8. 设$(G, *)$是一个 n 阶交换群，e 是其单位元，$a, b\in$G，H 是其子群，则以下 1 说法错误的是 …………………………………………………………… （ B ）
   A. H 是 G 的正规子群；B. a 的次数整除 $a*b$ 的次数；C. $(a*b)^{-1}=a^{-1}*b^{-1}$；D. $a^n = e$
9. 设 **N**，**Z**，**R** 分别表示自然数集、整数集和实数集，下列关系中能构成函数的是（ B ）
   A. $\{\langle x, y\rangle | (x, y\in \mathbf{N}) \wedge (x+y<10)\}$；B. $\{\langle x, y\rangle | (x, y\in \mathbf{R}) \wedge (y=x^2)\}$；
   C. $\{\langle x, y\rangle | (x, y\in \mathbf{R}) \wedge (y^2=x)\}$；D. $\{\langle x, y\rangle | (x, y\in \mathbf{Z}) \wedge (x \equiv y \pmod 3)\}$；
10. 若 G 是一个（p, q）简单连通图，则以下说法中正确的是………………（ C ）
    A. 存在唯一的生成树；B. G 中不可能存在奇数个偶点；
    C. $\lambda(G)\le 2q/p$；　D. G 有 $q-p+1$ 条枝

三、判断题（共 10 题，每题 1 分，共 10 分）

1. 设 A={0, 1}，其中“0”表示假命题，“1”表示真命题，则在蕴涵运算“→”下，“1”是其右零元 ………………………………………………………… （ × ）
2. 设 N 表示自然数集，Z 表示整数集合，则 Z 与 N 等势 …………………… （ √ ）
3. 谓词公式$\forall x\,(P(x)\to Q(x, y))$中没有自由变元………………………………… （ × ）
4. 设 Q*表示非零有理数集合，则(Q*, ×)是一个循环群……………………… （ × ）
5. 若简单图 G 中有从点 u 到点 v 的两条不同的通路，则 G 必有回路 ……… （ √ ）
6. 非空集合 A 上的二元关系 R，可以既不是自反的又不是反自反的 ……… （ √ ）
7. 完全二部图 $K_{3,3}$ 是欧拉图 ……………………………………………… （ × ）
8. 设 ρ(A)表示集合 A 的幂集，则 ρ(A)在集合的差运算下构成一个群……… （ × ）
9. 设(R, +, ×)是环，则它是无零因子环当且仅当(R, +, ×)中的乘法满足消去律（ √ ）
10. 域中每个非零元素都可逆 ……………………………………………… （ √ ）

四、用演绎推理法证明：如果今天是星期一，则要进行英语或离散数学考试。如果英语老师有会，则不考英语。今天是星期一，英语老师有会，所以进行离散数学考试。（8 分）

五、设 P(x)和 Q(x)都是谓词，用演绎法证明推理式：$\forall x\mathrm{P}(x)\to\forall x\mathrm{Q}(x)\Rightarrow\exists x(\mathrm{P}(x)\to\mathrm{Q}(x))$。（8 分）

六、设集合 A={a, b, c}，R 和 S 分别为 A 上的二元关系且对应的关系矩阵分别为

$$M_R=\begin{pmatrix}1&0&1\\1&1&0\\0&0&1\end{pmatrix},\quad M_S=\begin{pmatrix}1&1&0\\0&1&0\\1&1&0\end{pmatrix}$$

求：（1）$R\circ S^{-1}$ 的关系矩阵 $M_{(R\circ S^{-1})}$；

（2）$R\oplus S$ 的关系矩阵 $M_{(R\oplus S)}$；23

（3）$R\cup S$ 的对称闭包的关系矩阵 $M_{(R\cup S)}$；

（4）若 S'是 S 通过添加最少序偶所得的等价关系，求 S'的所有等价类（共 8 分）

七、<{3, 5, 9, 15, 24, 45}, | >是偏序集。

求：(1) 求极大元素和极小元素。

(2)存在最大元素吗？存在最小元素吗？如果存在，请求出。

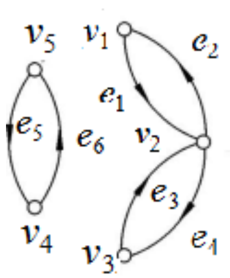
(3)找出子集{3, 5}的所有上界。如果它的上确界存在的话，求出上确界。

(4)找出子集{15, 45}的所有下界。如果它的下确界存在的话，求出下确界。（8 分）

八、设 $\mathbf{Z}_6$={0, 1, 2, 3, 4, 5}，在 $\mathbf{Z}_6$ 上可定义模加运算 $+_6$ ： $i+_6 j=(i+j)\bmod 6$，其中 $(i+j)\bmod 6$ 表示 $i+j$ 除以 6 的余数，证明($\mathbf{Z}_6$, $+_6$)构成群，并给出它的所有子群。(8 分)

九、证明在任意具有 p 个顶点的简单二部图中，边数 $q\le p^2/4$。（4 分）

十、求下面有向图的邻接矩阵、可达矩阵和关联矩阵。（6 分）



学生考试答题纸

考试课程	离散数学	考试日期	2018 年　月　日	成 绩	
考生姓名		学号（8 位）		专业	

四、(8 分)

解：设 p：今天星期一，q：进行英语考试，r：进行离散数学考试，s：英语老师有会

则此推理可以表示为：

$p \to (q \vee r)$，$s \to \neg q$，p，$s \Rightarrow r$ ……1 分

证明：(1) $p \to (q \vee r)$ P规则 ……1分

(2) p P规则 ……1分

(3) $q \vee r$ T规则(1)(2) ……1分

(4) $s \to \neg q$ P规则 ……1分

(5) s P规则 ……1分

(6) $\neg q$ T规则(4)(5) ……1分

(7) r T规则(3)(6) ……1分

五、证明：(1) $\neg\exists x(P(x)\to Q(x))$ 附加前提 ……1分

(2) $\forall xP(x)\wedge\forall x\neg Q(x)$ E规则(1) ……1分

(3) $\forall xP(x)$, $\forall x\neg Q(x)$ T规则(2) ……1分

(4) $\forall xP(x)\to\forall xQ(x)$ P规则 ……1分

(5) $\forall xQ(x)$ T规则(3)(4) ……1分

(6) $Q(y)$ US规则(6) ……1分

(7) $\neg Q(y)$ US规则(2) ……1分

(8) 0 5y T规则(6)(7) ……1分

六、

(1) $R\circ S^{-1}$ 的关系矩阵 $M_{(R\circ S^{-1})}$是
$$\begin{matrix}1&0&1\\1&1&1\\0&0&0\end{matrix}$$
……2 分

(2) $R\oplus S$ 的关系矩阵 $M_{(R\oplus S)}$是
$$\begin{matrix}0&1&1\\1&0&0\\1&1&1\end{matrix}$$
……2 分

(3) $R\cup S$ 的对称闭包的关系矩阵 $M_{s(R\cup S)}$是
$$\begin{matrix}1&1&1\\1&1&1\\1&1&1\end{matrix}$$
……2 分

(4) 易知 S'是全域关系，所以 S'对应元素 a, b, c 的等价类为$\{a, b, c\}$ ……2 分

七、

(1) 极大元素为： 24，45，极小元素为：3，5

……2 分，每问各 1 分

(2) 不存在最大元素，不存在最小元素

……2 分，每问各 1 分

(3) 子集{3，5}的所有上界：15，45。上确界：15

……2 分，每问各 1 分

(4) 子集{15, 45}所有下界：3, 5。下确界：不存在

……2 分，每问各 1 分

八、**证明：**

封闭性：对 $\mathbf{Z}_6$ 中任意的 i, j，有 $i +_6 j\in\mathbf{Z}_6$ ……1 分

结合律：对 $\mathbf{Z}_6$ 中任意的 i, j, k, $(i + j) +k = i +(j +k)$，所以有$(i +_6 j) +_6 k = i +_6 (j +_6 k)$ ……1 分

幺元：取 e=0，可得因为对任意 $x\in\mathbf{Z}$, $i +_6 e = e +_6 i = i$ ……1 分

逆元：i 关于*的逆元 i^{-1}： 因为 $i +_6 i^{-1} = i^{-1} +_6 i=0$, $i^{-1} = 6 - i \bmod 6$ ……1 分

综上所述，$\mathbf{Z}_6$ 关于$+_6$ 构成群。

$\mathbf{Z}_6$ 的所有子群为：{0}，{0，3}，{0，2，4}，$\mathbf{Z}_6$ ……4 分，每答对一个 1 分

学生考试答题纸

考试课程	离散数学	考试日期	2018 年　月　日	成 绩	
考生姓名		学号（8 位）		专业	

九、证明：设二部图 G 为 K_{mn}，则图 G 的边数 $q=mn$，顶点数 $p=m+n$。 ……1 分

又因为正整数 m 和 n 满足：$m^2+n^2\geq 2mn$，所以 ……1 分

$p^2=(m+n)^2=m^2+n^2+2mn\geq 4mn$，因此 ……1 分

$q=mn\leq p^2/4$ ……1 分

十、

(1)邻接矩阵是

$$\begin{matrix} 0&1&0&0&0\\ 1&0&1&0&0\\ 0&1&0&0&0\\ 0&0&0&0&1\\ 0&0&0&1&0 \end{matrix}$$

……2 分

(2)可达矩阵是

$$\begin{matrix} 1&1&1&0&0\\ 1&1&1&0&0\\ 1&1&1&0&0\\ 0&0&0&1&1\\ 0&0&0&1&1 \end{matrix}$$

……2 分

(3)关联矩阵是

$$\begin{matrix} 1&-1&0&0&0&0\\ -1&1&-1&1&0&0\\ 0&0&1&-1&0&0\\ 0&0&0&0&1&-1\\ 0&0&0&0&-1&1 \end{matrix}$$

……2 分