

座位号:

杭州电子科技大学学生考试卷 (A) 卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名	余日泰、袁友伟、周丽、 吴向阳、陈溪源、 李玉、方启明、程世超		
考生姓名		学号 (8 位)		年级		专业	计算机类

请将答案填写在答卷纸上。

一、判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

- (1) “只有 $1+1=3$, 2 才是奇数”是一个真命题。 ()
- (2) $\neg \forall x P(x) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \neg \exists x Q(x))$ 是永真式。 ()
- (3) 集合 $A = \{a, b, c\}$ 上的二元关系 $\{\langle a, a \rangle, \langle b, c \rangle\}$ 具有反对称性和传递性。 ()
- (4) $(\mathbb{N}, +)$, (\mathbb{N}, \times) 都不是群, 但 $(\mathbb{Z}_m, +_m)$, (\mathbb{Z}_m, \times_m) 都是群 ()
- (5) 不是每个无向连通图都有生成树。 ()

二、选择题 (每小题 2 分, 共 20 分)

- (6) 下列语句中, () 是命题。
- (A) 上床请不要玩手机!
- (B) 我第一次接触《离散数学》, 我就立刻喜欢上它了。
- (C) 今天是在哪里测核酸呢?
- (D) 我在撒谎。
- (7) 某所高中调查学生参加社团的情况, 发现在象棋社社员中, 只要是高二 (3) 班学生, 则其一定也是校篮球队的队员。由此可以推出 ()。
- (A) 甲是象棋社社员, 且甲是篮球队员, 则甲是高二(3)班学生。
- (B) 乙是高二(3)班学生, 且乙是篮球队员, 则乙是象棋社社员。
- (C) 丙是象棋社社员, 且丙不是篮球队员, 则丙不是高二(3)班学生。
- (D) 丁不是象棋社社员, 且丁也不是篮球队员, 则丁不是高二(3)班学生。

(8) 设谓词 $P(x)$: x 是奇数, $Q(x)$: x 是偶数, 则谓词 $\forall x(P(x) \vee Q(x))$ 在哪个个体域中为真? ()。

- (A) 复数
- (B) 实数
- (C) 自然数
- (D) 以上都不对

(9) 疫情防护过程中, 有些志愿者是在校同学。因此, 有些在校同学需要整日穿戴防护服。上述推理如果成立, 必须补充以下哪项作为前提? ()

- (A) 所有志愿者都要整日穿戴防护服。
- (B) 所有在校学生都是志愿者。
- (C) 某些志愿者不用穿防护服。
- (D) 某些在校同学不是志愿者。

(10) 集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$ 上的关系 $R = \{\langle x, y \rangle \mid x = y \text{ 且 } x, y \in A\}$, 则 R 的性质为 ()。

- (A) 不是自反的 (B) 不是对称的
- (C) 传递的 (D) 反自反的

(11) 集合 $A = \{\text{全体同学}\}$, 则 () 不是 A 的划分。

- (A) $\{48 \text{ 小时内已完成采样并未出结果, } 24 \text{ 小时内已完成采样并已出结果, } 48 \text{ 小时内未完成采样}\}$ 。
- (B) $\{48 \text{ 小时内已完成采样并未出结果, } 48 \text{ 小时内完成采样并已出结果, } 48 \text{ 小时内未完成采样}\}$
- (C) $\{48 \text{ 小时内已完成采样, } 48 \text{ 小时内未完成采样}\}$ 。
- (D) $\{48 \text{ 小时内已完成采样并结果为阴, } 48 \text{ 小时内已完成采样并结果为阳, } 48 \text{ 小时内已完成采样并未出结果, } 48 \text{ 小时内未完成采样}\}$ 。

(12) 集合 A 中有 3 个元素, 则以下说法中正确的是 ()。

- (A) A 上的二元关系共有 8 个
- (B) A 上的函数共有 27 个

座位号:

(C) 每个二元关系最多有 3 个序偶

(D) 每个函数中最少有 0 个序偶

(13) 以下哪个是群? ()。

(A) $(\mathbb{R}, +)$

(B) (\mathbb{R}, \times)

(C) (\mathbb{Z}_m, \times_m)

(D) $(\mathbb{Z}, *)$, 其中 $a*b = \min\{a,b\}$

(14) 设图 G 是有 6 个节点的连通图, 节点的总度数为 18, 则可以从 G 中删去 () 条边后得到生成树。

(A) 6.

(B) 5.

(C) 4.

(D) 13.

(15) 以下 () 度序列可简单图化?

(A) $d=(5, 1, 2, 3, 3)$

(B) $d=(5, 3, 3, 3, 1)$

(C) $d=(4, 4, 3, 2, 1)$

(D) $d=(3,3,3,3)$

三、综合题(共 70 分)

(16) (8 分) 计算命题公式 $p \vee q \wedge r \rightarrow p \wedge q \vee r$ 的标准析取范式与标准合取范式。

(17) (10 分) 请用谓词逻辑演绎法证明推理式:

$$\forall x(C(x) \rightarrow W(x) \wedge R(x)) \wedge \exists x(C(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \exists x(Q(x) \wedge R(x))$$

(18) (12 分) 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4, 5\}$, 给定 A 上的三个关系 R 、 S 和 T 分别为:

$$R = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 4,3 \rangle, \langle 5,1 \rangle \}$$

$$S = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,4 \rangle, \langle 2,5 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 4,3 \rangle \}$$

求: 1) $(R \oplus S)^{-1}$ 的关系矩阵;

2) $R \circ S$ 的关系矩阵及其自反闭包和对称闭包的关系图;

3) $(R \circ S)$ 的传递闭包的关系矩阵;

4) 计算 R 的等价闭包 R^* (即包含 R 的最小等价关系) 中 4 的等价类 $[4]_{R^*}$ 。

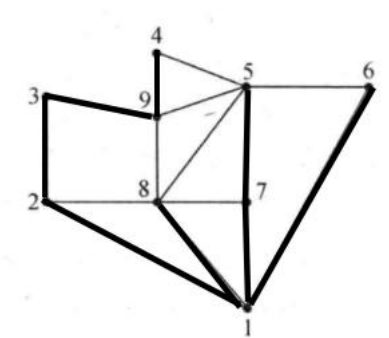
(19) (12 分) 给定集合 G 包含如下格式的 3×3 实数矩阵 (其中, a, b, c 是实数)

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

证明 (G, \times) 是群, 其中 \times 是矩阵乘法运算。

(20) (10 分) 在城市互帮建设中, 为更好组织城市互帮进程, n 个城市的代表共同参加一场研讨会, 其中 $n \geq 4$ 。证明: 如果这 n 位代表中任何两个人合起来认识其余的 $n-2$ 个人, 那么研讨会主办方可以为这 n 位代表安排安排一次圆桌会议以满足每个人都认识两旁的人。

(21) (10 分) 设有如下图所示 $G=(V, E)$ 包含 9 个节点, 粗线表示的是 G 的一个生成树。



1) 求 G 的点连通度及边连通度;

2) 求枝 $(1, 2)$ 的基本割集;

3) 求弦 $(5, 9)$ 的基本回路。

4) 该图是不是欧拉图, 解释原因。

(22) (8 分) 使用 Huffman 算法, 计算一个权为 23, 11, 5, 7, 8, 3, 14, 29 的最优二叉树, 并计算出它的总权值。

座位号:

杭州电子科技大学学生考答卷 (A) 卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名	余日泰、袁友伟、周丽、 吴向阳、陈溪源、 李玉、方启明、程世超		
考生姓名		学号 (8 位)		年级		专业	计算机类

17 (共 10 分)

一 判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1		2		3		4		5	
---	--	---	--	---	--	---	--	---	--

二 选择题 (每小题 2 分, 共 20 分)

6		7		8		9		10	
11		12		13		14		15	

三 综合题 (共 70 分)

16 (共 8 分)

18 (共 12 分)

座位号:

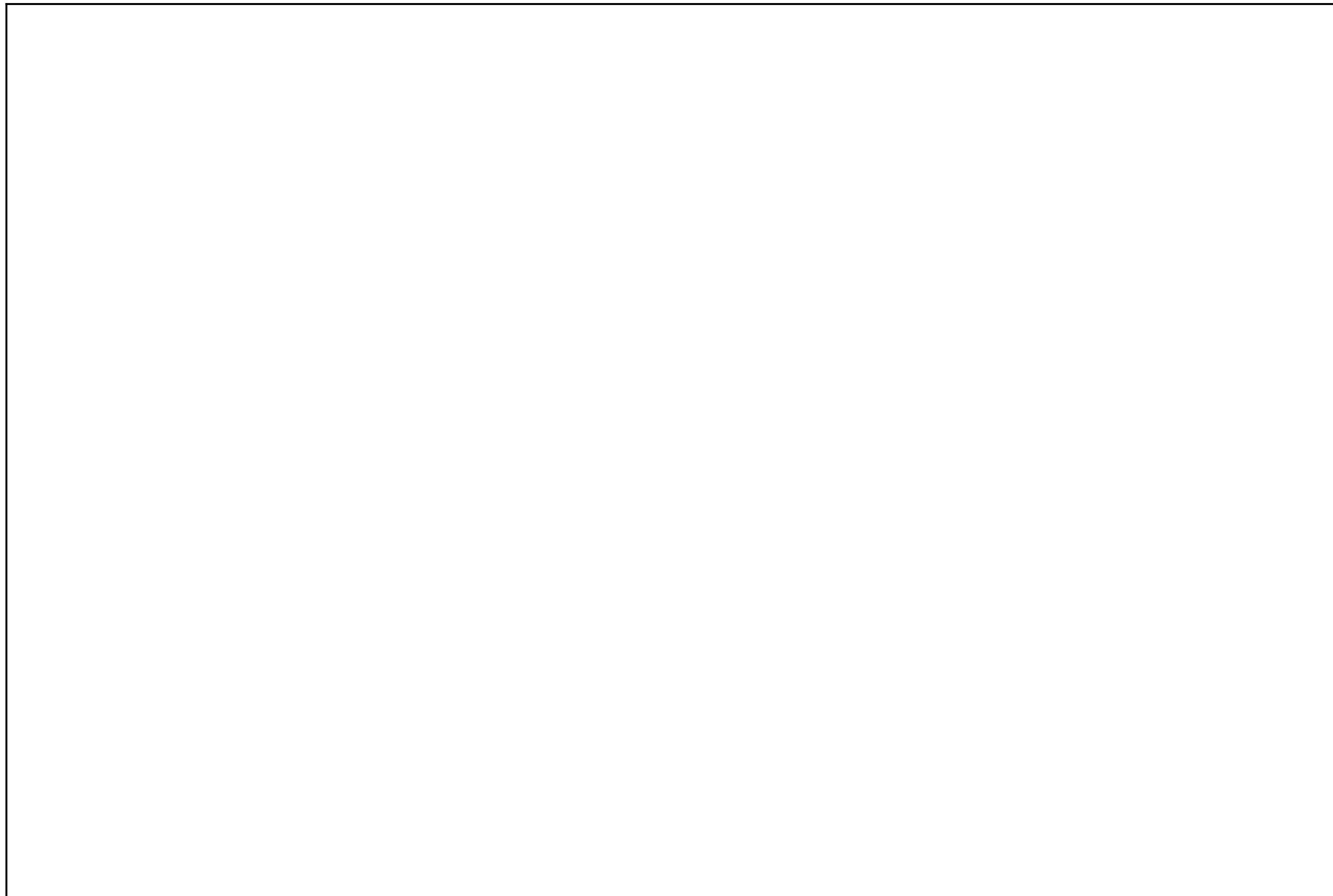
19 (共 12 分)

20 (共 10 分)

21 (共 10 分)

22 (共 8 分)

座位号:



座位号:

杭州电子科技大学学生答卷 (A) 卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日	成绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名	陈勤、袁友伟、周丽、 吴向阳、陈溪源、李玉、 方启明	
考生姓名		学号 (8 位)		年级	专业	计算机类

一 判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1	√	2	√	3	√	4	×	5	×
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

二 选择题 (每小题 2 分, 共 20 分)

6	B	7	C	8	C	9	A	10	C
11	A	12	B	13	A	14	C	15	D

三 简答题 (70 分)

(16) (8 分)

解:

1) 命题公式 $p \vee q \wedge r \rightarrow p \wedge q \vee r$ 的真值表计算如下

p	q	r	$q \wedge r$	$p \wedge q$	$p \vee (q \wedge r)$	$(p \wedge q) \vee r$	完整公式
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

2) 标准析取范式为 $m_{000} \vee m_{001} \vee m_{010} \vee m_{011} \vee m_{101} \vee m_{110} \vee m_{111}$

3) 标准合取范式为 M_{100}

评分标准:

真值表正确得 4 分 (错 1 个扣 1 分, 扣完为止); 标准范式正确各 2 分 (错 1 处扣 1 分);

(17) (10 分)

证明: (评分标准: 错一步扣一分, 扣完为止。)

(1) $\exists x (C(x) \wedge Q(x))$ P

(2) $C(a) \wedge Q(a)$ ES(1)

(3) $\forall x (C(x) \rightarrow W(x) \wedge R(x))$ P

(4) $C(a) \rightarrow W(a) \wedge R(a)$ US(3)

(5) $C(a)$ T(2)

(6) $Q(a)$ T(2)

(7) $W(a) \wedge R(a)$ T(4,5)

(8) $R(a)$ T(7)

(9) $Q(a) \wedge R(a)$ T(6,8)

(10) $\exists x (Q(x) \wedge R(x))$ EG(9)

因此: $\forall x (C(x) \rightarrow W(x) \wedge R(x)) \wedge \exists x (C(x) \wedge Q(x)) \Rightarrow \exists x (Q(x) \wedge R(x))$

座位号:

(18) (12分)

解: 评分标准: 每个关系矩阵、关系图、等价类各 2 分。

具体的如下图所示。

① $R \oplus S$
 $= \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 2,5 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 5,1 \rangle \}$
 $(R \oplus S)^{-1} = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 2,1 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 5,1 \rangle, \langle 1,2 \rangle, \langle 5,2 \rangle, \langle 3,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle \}$
 关系矩阵

1	1	0	0	1
2	1	0	0	0
3	1	0	1	0
4	0	0	0	0
5	1	1	0	0

② $R \circ S = \{ \langle 1,2 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 2,3 \rangle, \langle 4,3 \rangle, \langle 5,2 \rangle \}$
 关系矩阵

1	0	1	1	0
2	0	0	1	0
3	0	0	0	0
4	0	0	1	0
5	0	1	0	0

RoS 自反闭包关系图

RoS 对称闭包图

③ $R \circ S = \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 5,1 \rangle \}$
 $R \circ S$ 的对称闭包 $= \{ \langle 1,1 \rangle, \langle 1,3 \rangle, \langle 1,5 \rangle, \langle 5,1 \rangle, \langle 3,1 \rangle, \langle 5,3 \rangle, \langle 5,5 \rangle \}$
 关系矩阵

1	1	0	1	0	1
2	0	0	0	0	0
3	0	0	0	0	0
4	0	0	0	0	0
5	1	0	1	0	1

④ $[4]_{R^*} = \{ 1, 2, 3, 4, 5 \}$

(19) (12分) 评分标准: 集合非空 1 分, 是二元运算 2 分; 具有结合律, 单位元, 逆元各 3 分。

19. ① a, b, c 且实数。
 因此满足构造条件的矩阵存在。
 且 G 非空。

② 任取 G 中 2 个矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & x+a & y+a \cdot z+b \\ 0 & 1 & z+c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \in G$
 ③ 矩阵乘法是 G 中二元运算

④ $\left(\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right) \times \begin{pmatrix} 1 & k & m \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & k+x+a & m+xn+an+y+az+b \\ 0 & 1 & n+z+c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 $= \begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \left(\begin{pmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & k & m \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right)$
 ⑤ 矩阵乘法在 G 中有结合律

⑥ 设左单位元是 $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 对其满足 $\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 展开得 $\forall x, y, z$ 满足 $\begin{cases} x+a=x \\ y+az+b=y \\ z+c=z \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0 \\ b=0 \\ c=0 \end{cases}$
 即左单位元是 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
 同理可得: 右单位元也是 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ \Rightarrow 因此存在单位元是 $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$

⑦ 对于矩阵 $\begin{pmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 假设存在左逆元 $\begin{pmatrix} 1 & k & m \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 则应满足
 $\begin{pmatrix} 1 & k & m \\ 0 & 1 & n \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \times \begin{pmatrix} 1 & x & y \\ 0 & 1 & z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 即: $\begin{cases} x+k=0 \\ y+k \cdot z+m=0 \\ z+n=0 \end{cases}$
 因此左逆元为 $\begin{pmatrix} 1 & -x & x \cdot z - y \\ 0 & 1 & -z \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ 同理可得右逆元也是该矩阵
 ⑧ 每个矩阵 $\in G$, 均有逆元存在
 ⑨ 综上, (G, \times) 是群。

座位号:

(20) (10分) 评分标准: 将问题抽象为图论问题: 3分; 使用哈密顿图进行解释说明: 7分; 按具体完成情况给分。

证明:

设 n 位代表的集合为图 G 的顶点集合, 若两人相识, 则其间连一条边。这样得到的图 G 是人的相识图。显然 G 是一个简单图, 图中顶点的度恰好表示该人认识的其他人的个数。

利用图 G , 原题就抽象为下面的图论问题: 在具有 n 个顶点简单图 G 中, 若 $\forall u, v \in V, u \neq v$, 其余的 $n-2$ 顶点都与 u 或 v 相邻, 则 G 中存在哈密顿路或哈密顿回路。

(1) 若 u 与 v 认识, 则 $d(u) + d(v) \geq 2 + (n-2) = n$,

(2) 若 u 与 v 不认识, 则对任意的顶点 w , 当 $w \neq u$ 且 $w \neq v$ 时, u 与 v 都认识 w 。否则若 u 不认识 w , 即 v 和 w 都不认识 u , 从而 v 和 w 合起来至多认识其余的 $n-3$ 个人, 矛盾。于是 u 与 v 都认识 w , 由 w 的任意性可知

$$d(u) + d(v) \geq 2(n-2)$$

当 $n \geq 4$ 时, $2(n-2) \geq n$, 于是无论认识与否都有

$$d(u) + d(v) \geq n$$

根据定理知 G 中存在哈密顿回路, 所以这 n 位代表能排成一个圆圈, 使得每个人都认识两旁的人。

(21) (10分) 评分标准: 点、边连通度、基本割集、基本回路、欧拉图各 2 分。

1) 点连通度: 2; 边连通度: 2

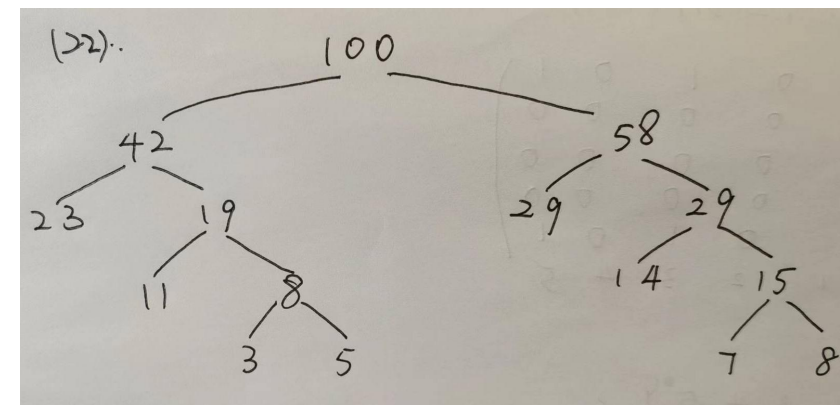
2) (1, 2) 的基本割集: $\{(1,2), (2,8), (8,9), (5,9), (5,4)\}$

3) (5, 9) 的基本回路: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 3 \rightarrow 9 \rightarrow 5 \rightarrow 7 \rightarrow 1$

4) 不是欧拉图, 因为存在奇点。

(22) (8分) 评分标准: 最优二叉树 6 分; 总权值: 2 分。

解:



总权值:

$$\text{总权值} = 100 + 42 + 58 + 19 + 29 + 8 + 15 = 271$$

座位号:

杭州电子科技大学学生考试卷 (B) 卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日	成绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名	余日泰、袁友伟、周丽、 吴向阳、陈溪源、 李玉、方启明、程世超	
考生姓名		学号 (8 位)		年级	专业	计算机类

请将答案填写在答卷纸上。

一、 判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

- (1) 标准析取范式中所有最大项的编码是命题公式的所有成真赋值。()
- (2) 个体域为实数时, $\forall x \exists y (x \times y = 0) = \exists y \forall x (x \times y = 0)$ 都为真。()
- (3) 设二元关系 R 和 S 都具有自反性, 则 $R \cap S$ 也具有自反性。()
- (4) 实数域 R 上全体 n 阶方阵的集合 $M_n(R)$, 关于矩阵的加法可以构成一个交换群。()
- (5) 若一个(p, q)图是连通图, 则 $q > p - 1$ 。()

二、 选择题 (每小题 2 分, 共 20 分)

- (6) 与 $p \vee (\neg p \vee q \wedge \neg q)$ 等价的是 ()。
- (A) $p \vee (\neg p \vee q) \wedge \neg q$ (B) $(p \vee \neg p \vee q) \wedge \neg q$
(C) 0 (D) 1
- (7) 除非你 48 小时内测过核酸, 否则无法进入商场。设 P: 你 48 小时内测过核酸, Q: 你可以进入商场, 则符号化结果为 ()。
- (A) $Q \wedge P$; (B) $Q \rightarrow P$;
(C) $Q \vee P$ (D) $\neg Q \rightarrow P$
- (8) 下列哪些式子成立? ()
- (A) $\forall x (A(x) \wedge C) = \forall x A(x) \vee C$
(B) $\forall x (A(x) \vee C) = \forall x A(x) \vee C$

(C) $\exists x (A(x) \rightarrow C) = \exists x A(x) \rightarrow C$

(D) $\forall x (A(x) \rightarrow B(x)) = \exists x A(x) \vee \exists x B(x)$

(9) 有些杭电同学还没有接种第二支新冠疫苗。因此, 有些接种过第一支新冠疫苗的同学没有接种第二支新冠疫苗。以上哪项能保证上述推论成立? ()。

- (A) 所有接种过第二支新冠疫苗的同学都接种过第一支。
(B) 有些杭电同学接种过第一支新冠疫苗。
(C) 所有杭电同学都接种过第一支新冠疫苗。
(D) 以上都不正确
- (10) 集合 $A = \{a, \{a\}, \{\emptyset\}\}$, 以下正确的是 ()。
- (A) $\emptyset \in A$ (B) $\{a\} \in A$ (C) $\{\emptyset\} \subseteq \emptyset$ (D) $\{\emptyset\} \subseteq A$

(11) 以下哪个关系不具有传递性 ()

- (A) $\{<1,1>, <2,2>\}$
(B) $\{<1,2>, <2,3>, <1,3>\}$
(C) $\{<1,2>, <2,3>, <3,4>, <4,1>\}$
(D) $\{<1,2>, <3,2>\}$

(12) 以下哪个 f 不是 A 到 B 的函数? ()。

- (A) 若 $A = B = R$, xfy 表示 $x^3 = y^3$
(B) 若 $A = B = R$, xfy 表示 $x^2 = y^2$
(C) 若 $A = B = Z^+$, xfy 表示 $x^2 = y^2$
(D) 以上都是 A 到 B 的函数

(13) 给定 2 元运算*如右图所示, () 是正确的。

- (A) *运算没有等幂元
(B) *运算具有零元
(C) *的单位元是 a
(D) d 的逆元是 b

*	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	d	a	c	d
c	c	a	b	a	b
d	d	a	c	d	c
e	e	d	a	c	e

座位号:

(14) 对于群 $\langle G, * \rangle$, 以下说法错误的是? ().

- (A) 如果 $|G| = 7$, 则 G 是一个循环群
- (B) 如果 $|G| = 8$, 则存在 $x \in G$ 满足 $|x| = 2$
- (C) 如果 $G = \langle \mathbb{Z}_9, +_9 \rangle$, 则 G 是一个循环群有 7 个生成元
- (D) 所有的循环群都是阿贝尔群

(15) 无向图 G 的邻接矩阵如右所示, () 是错误的.

- (A) 该图有 5 个顶点, 8 条边.
- (B) 该图没有环.
- (C) 该图是简单图.
- (D) 该图不存在生成树.

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

三、综合题(共 70 分)

(16) (8 分) 求命题公式 $(p \wedge q \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r \vee s)$ 的标准析取范式和标准合取范式.

(17) (8 分) 证明谓词逻辑 $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall xP(x) \rightarrow \exists xQ(x)$

(18) (12 分) 设集合 $A = \{1, 2, 3, 4\}$, R 和 S 是 A 上的二元关系:

$$R = \{\langle i, j \rangle \mid j = i + 1\}$$

$$S = \{\langle i, j \rangle \mid i = j + 2\} \text{ 都是 } A \text{ 上的关系.}$$

- 1) 求 $R \oplus S$ 的关系矩阵并画出相应的关系图;
- 2) 求 $r(S \circ R)$ 和 $s(S \circ R)$ 的关系矩阵;
- 3) 计算 $(R - S)^{-1}$ 的等价闭包 (就是包含 $(R - S)^{-1}$ 的最小等价关系).

(19) (10 分) 设 R_1 和 R_2 是整数集合 Z 的等价关系, 关系 R 的定义如下:

$$R = \{\langle \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \rangle \mid a, b, c, d \in Z, \langle a, c \rangle \in R_1, \langle b, d \rangle \in R_2\}$$

证明: R 是整数 Z 上的等价关系.

(20) (12 分) $G = \{f(x) = ax + b \mid a \neq 0, a, b \in R\}$, 证明 $\langle G, \circ \rangle$ 是群, 其中 \circ 是复合运算.

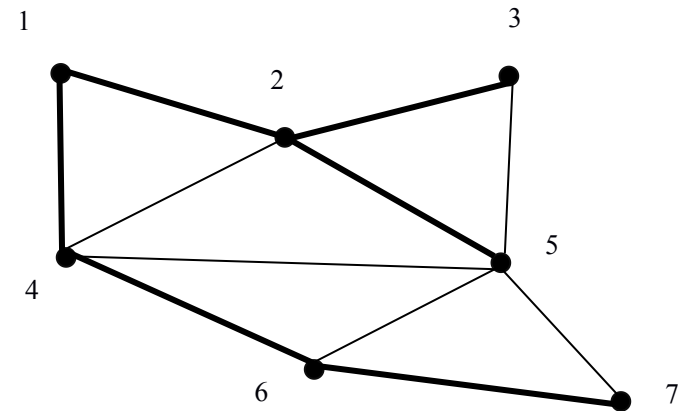
(21) (10 分) 如右图所示的连通图 G , 粗线表示 G 的一棵生成树 T .

- 1) 写出弦 $(2, 4)$ 所对应的基本回路;
- 2) 写出枝 $(1, 4)$ 所对应的基本割集;

3) G 是哈密尔顿图吗? (请给出理由)

4) G 是欧拉图吗? (请给出理由)

5) 求图 G 的点连通度和边连通度.



(22) (10 分) 使用 Huffman 算法, 画出一个权为 5, 8, 3, 4, 12, 30, 20, 18 的最优二叉树, 并计算出它的总权值.

座位号:

杭州电子科技大学学生考答卷 (B) 卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名		余日泰、袁友伟、周丽、 吴向阳、陈溪源、 李玉、方启明、程世超	
考生姓名		学号 (8 位)		年级		专业	计算机类

一 判断题 (每小题 2 分, 共 10 分)

1	×	2	√	3	√	4	√	5	×
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

二 选择题 (每小题 2 分, 共 20 分)

6	D	7	B	8	B	9	C	10	B
11	C	12	B	13	C	14	C	15	D

三 综合题 (共 70 分)

(16) (8 分)

评分标准: 真值表: 4 分; 标准析取范式 and 标准合取范式各 2 分。

解:

公式真值表如下:

P	q	r	s	$P \wedge q$	$r \vee s$	$P \wedge q \rightarrow r$	$q \rightarrow r \vee s$	完整
0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

标准析取范式: $m0000 \vee m0001 \vee m0010 \vee m0011 \vee m0101 \vee m0110 \vee m0111 \vee m1000 \vee$

$m1001 \vee m1010 \vee m1011 \vee m1110 \vee m1111$

标准合取范式: $M0100 \wedge M1100 \wedge M1101$

(17) (8 分)

评分标准: 共 8 分, 按完成程度给分。

解:

$\exists x (P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$

① $\exists x (P(x) \rightarrow Q(x))$ P

② $\exists x (\neg P(x) \vee Q(x))$ E(1)

③ $\exists x \neg P(x) \vee \exists x Q(x)$ 量词分配律 E(2)

④ $\neg \forall x P(x) \vee \exists x Q(x)$ E(3)

⑤ $\forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$ E(4)

(18) (12 分)

解:

1) 评分标准: 关系矩阵 2 分; 关系图 2 分;

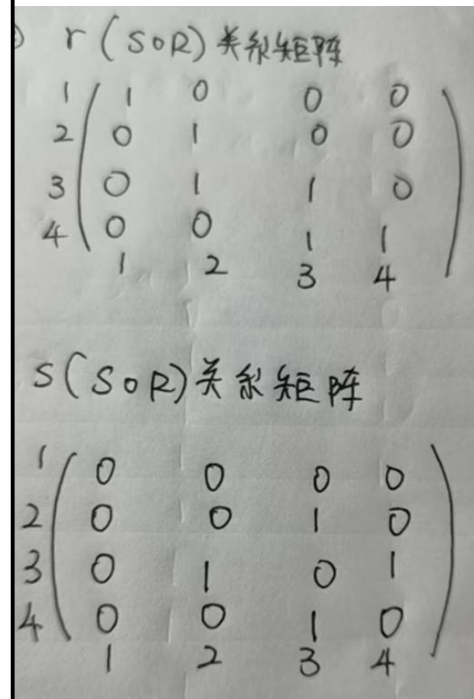
关系矩阵:

$$\begin{matrix} 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 0 & 0 & 1 \\ 4 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ & 1 & 2 & 3 & 4 \end{matrix}$$

关系图

座位号:

2) 评分标准: 自反闭包关系矩阵 2 分; 对称闭包关系矩阵 2 分;



3) 评分标准: 等价闭包: 4 分, 按照完成程度给分。

$(R-S)^{-1}$ 的等价闭包 = { <1,1>, <1,2>, <1,3>, <1,4>,
 <2,1>, <2,2>, <2,3>, <2,4>,
 <3,1>, <3,2>, <3,3>, <3,4>,
 <4,1>, <4,2>, <4,3>, <4,4> }

(19) (10 分)

评分标准: 自反性、对称性证明各 3 分; 传递性证明 4 分。

解: (1) 自反性

$\forall a, b \in Z$, 因为 R_1 和 R_2 都是等价关系

$\therefore \langle a, a \rangle \in R_1, \langle b, b \rangle \in R_2$

$\therefore \langle \langle a, b \rangle, \langle a, b \rangle \rangle \in R$

因此 R 具有自反性

(2) 对称性

$\forall \langle \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \rangle \in R$ 都有 $\langle a, c \rangle \in R_1, \langle b, d \rangle \in R_2$

因为 R_1 和 R_2 都是等价关系, $\therefore \langle c, a \rangle \in R_1, \langle d, b \rangle \in R_2$

$\therefore \langle \langle c, d \rangle, \langle a, b \rangle \rangle \in R$

因此 R 具有对称性

(3) 传递性

$\forall \langle \langle a, b \rangle, \langle c, d \rangle \rangle \in R, \langle \langle c, d \rangle, \langle e, f \rangle \rangle \in R$ 都有

$\langle a, c \rangle \in R_1, \langle b, d \rangle \in R_2$

$\langle c, e \rangle \in R_1, \langle d, f \rangle \in R_2$

因为 R_1 和 R_2 都是等价关系, $\therefore \langle a, e \rangle \in R_1, \langle b, f \rangle \in R_2$

$\therefore \langle \langle a, b \rangle, \langle e, f \rangle \rangle \in R$

因此, R 具有传递性

所以, R 是等价关系。

(20) (12 分)

评分标准: 非空、封闭性二元运算、结合律各 2 分; 单位元 3 分; 逆元 3 分

解:

因为 $x \in G$, 所以 G 非空。

因为 $(ax+b) \cdot (cx+d) = c(ax+b) + d = cax + cb + d \in G$, 所以满足封闭性要求。因此是二元运算复合运算满足结合律。

有单位元 x

对任何元素 $ax+b$ 来说, 逆元是 $1/a x - b/a \in G$

所以, $\langle G, \circ \rangle$ 是群。

座位号:

(21) (10分)

评分标准: 每小题 2 分。

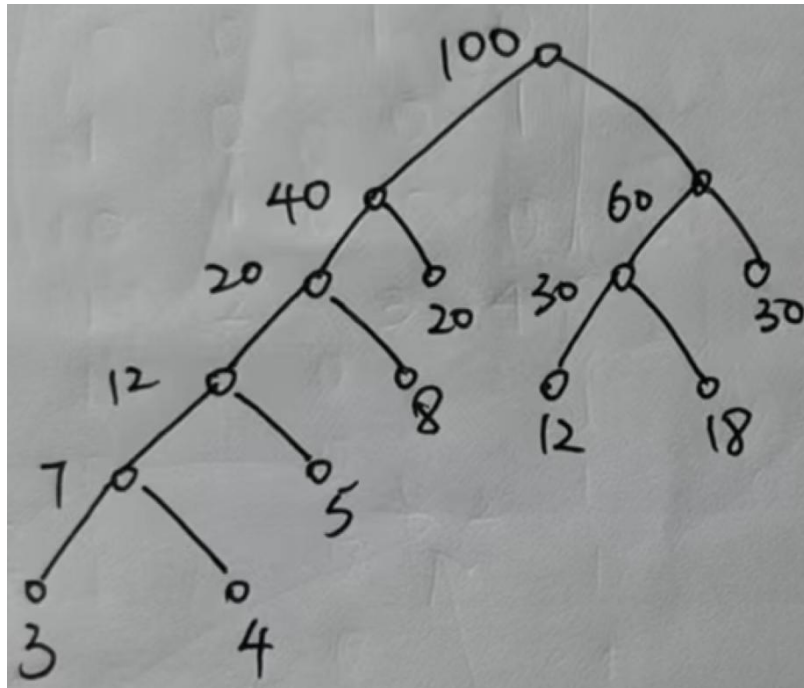
解:

- 1) 弦 (2, 4) 所对应的基本回路: $1 \rightarrow 2 \rightarrow 4 \rightarrow 1$
- 2) 枝 (1, 4) 所对应的基本割集: $\{(1,4), (2,4), (4,5), (5,6), (5,7)\}$
- 3) G 是哈密顿图, 因为存在哈密顿回路
- 4) G 不是欧拉图吗, 因为有奇点
- 5) G 的点连通度和边连通度都是 2

(22) (10分)

评分标准: 最优二叉树 8 分; 总权值: 2 分。

解: 最优二叉树如图所示:



总权值:

$$100 + 40 + 20 + 12 + 7 + 60 + 30 = 269$$