座位号:

杭州电子科技大学学生考试卷（ A ）卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成 绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名		余日泰、袁友伟、周丽、吴向阳、陈溪源、李玉、方启明、程世超	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	计算机类

请将答案填写在答卷纸上。

一、 判断题（每小题 2 分，共 10 分）

(1) “只有 1+1=3，2 才是奇数”是一个真命题。 （ ）

(2) $\neg \forall x P(x) \rightarrow (\forall x P(x) \rightarrow \neg \exists x Q(x))$ 是永真式。（ ）

(3) 集合 A = {a，b，c} 上的二元关系{<a,a>, <b,c>}具有反对称性性和传递性。（ ）

(4)$(N, +)$, $(N, \times)$ 都不是群，但（$Z_m, +_m$）, $(Z_m, \times_m)$ 都是群（ ）

(5) 不是每个无向连通图都有生成树。（ ）

二、 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

(6) 下列语句中，（ ）是命题。

(A) 上床请不要玩手机!

(B) 我第一次接触《离散数学》，我就立刻喜欢上它了。

(C) 今天是在哪里测核酸呢?

(D) 我在撒谎。

(7) 某所高中调查学生参加社团的情况，发现在象棋社社员中，只要是高二（3）班学生，则其一定也是校篮球队的队员。由此可以推出（ ）。

(A) 甲是象棋社社员，且甲是篮球队员，则甲是高二(3)班学生。

(B) 乙是高二(3)班学生，且乙是篮球队员，则乙是象棋社社员。

(C) 丙是象棋社社员，且丙不是篮球队员，则丙不是高二(3)班学生。

(D) 丁不是象棋社社员，且丁也不是篮球队员，则丁不是高二(3)班学生。

(8) 设谓词 P(x)：x 是奇数， Q（x）：x 是偶数，则谓词$\forall x(P(x) \vee Q(x))$在哪个个体域中为真?（ ）。

(A) 复数

(B) 实数

(C) 自然数

(D) 以上都不对

(9) 疫情防护过程中，有些志愿者是在校同学。因此，有些在校同学需要整日穿戴防护服。上述推理如果成立，必须补充以下哪项作为前提？（ ）

(A) 所有志愿者都要整日穿戴防护服。

(B) 所有在校学生都是志愿者。

(C) 某些志愿者不用穿防护服。

(D) 某些在校同学不是志愿者。

(10) 集合 A={1,2,3,4}上的关系 R={<x, y>| x= y 且 x, y∈A}，则 R 的性质为（ ）。

(A) 不是自反的 (B) 不是对称的

(C) 传递的 (D) 反自反的

(11) 集合 A={全体同学}，则（ ）不是 A 的划分。

(A) {48 小时内已完成采样并未出结果，24 小时内已完成采样并已出结果，48 小时内未完成采样}。

(B) {48 小时内已完成采样并未出结果，48 小时内完成采样并已出结果，48 小时内未完成采样}

(C) {48 小时内已完成采样，48 小时内未完成采样}。

(D) {48 小时内已完成采样并结果为阴，48 小时内已完成采样并结果为阳，48 小时内已完成采样并未出结果，48 小时内未完成采样}。

(12) 集合 A 中有 3 个元素，则以下说法中正确的是（ ）。

(A) A 上的二元关系共有 8 个

(B) A 上的函数共有 27 个

座位号:

(C) 每个二元关系最多有 3 个序偶

(D) 每个函数中最少有 0 个序偶

(13) 以下哪个是群？（ ）。

(A) (R,+)　　(B) (R, ×)

(C) (Zm, ×m)　　(D) (Z, *)，其中 a*b = min{a,b}

(14) 设图 G 是有 6 个节点的连通图，节点的总度数为 18，则可以从 G 中删去（ ）条边后得到生成树。

(A) 6。 (B) 5。 (C) 4。 (D) 13。

(15) 以下（ ）度序列可简单图化?

(A) d=(5, 1, 2, 3, 3)　　(B) d=(5, 3, 3, 3, 1)

(C) d=(4, 4, 3, 2, 1)　　(D) d = (3,3,3,3)

三、 综合题(共 70 分)

(16) (8 分)计算命题公式 $p\vee q\wedge r\rightarrow p\wedge q\vee r$ 的标准析取范式与标准合取范式。

(17) (10 分) 请用谓词逻辑演绎法证明推理式：

$$\forall x(C(x)\rightarrow W(x)\wedge R(x))\wedge\exists x\,(C(x)\wedge Q(x))\Rightarrow\exists x\,(Q(x)\wedge R(x))$$

(18) (12 分) 设集合 A = {1, 2, 3, 4, 5}，给定 A 上的三个关系 R、S 和 T 分别为：

R = {<1,1>, <1,3>, <1,5>, <2,4>, <4,3>, <5, 1>}

S = {<1,2>, <2,1>, <2,4>, <2,5>, <3,3>, <4,3>}

求：1) $(R\oplus S)^{-1}$ 的关系矩阵；

2) $R\circ S$ 的关系矩阵及其自反闭包和对称闭包的关系图；

3) (R-S)的传递闭包的关系矩阵；

4) 计算 R 的等价闭包 R^*（即包含 R 的最小等价关系）中 4 的等价类$[4]_{R^*}$。

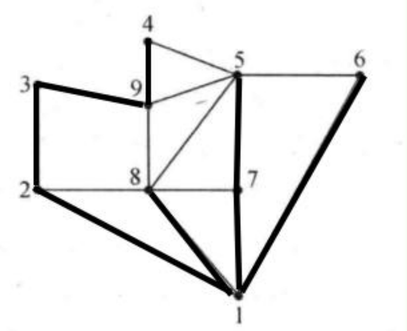
(19) (12 分) 给定集合 G 包含如下格式的 3×3 实数矩阵（其中，a, b, c 是实数）

$$\begin{pmatrix} 1 & a & b \\ 0 & 1 & c \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

证明 (G, ×) 是群，其中×是矩阵乘法运算。

(20) (10 分) 在城市互帮建设中，为更好组织城市互帮进程，n 个城市的代表共同参加一场研讨会，其中 n≥ 4。证明：如果这 n 位代表中任何两个人合起来认识其余的 n-2 个人，那么研讨会主办方可以为这 n 位代表安排安排一次圆桌会议以满足每个人都认识两旁的人。

(21) (10 分) 设有如下图所示 G=(V, E) 包含 9 个节点，粗线表示的是 G 的一个生成树。



1) 求 G 的点连通度及边连通度；

2) 求枝（1, 2）的基本割集；

3) 求弦（5, 9）的基本回路。

4) 该图是不是欧拉图，解释原因。

(22) (8 分) 使用 Huffman 算法，计算一个权为 23, 11, 5, 7, 8, 3, 14, 29 的最优二叉树，并计算出它的总权值。

座位号:

杭州电子科技大学学生考答卷（ A ）卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成 绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名		余日泰、袁友伟、周丽、吴向阳、陈溪源、李玉、方启明、程世超	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	计算机类

一 判断题（每小题 2 分，共 10 分）

1		2		3		4		5	

二 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

6		7		8		9		10	
11		12		13		14		15	

三 综合题（共 70 分）

16 （共 **8** 分）

17 （共 **10** 分）

18 （共 **12** 分）

座位号:

19 （共 12 分）

20 （共 10 分）

21 （共 10 分）

22 （共 8 分）

座位号:

座位号:

杭州电子科技大学学生答卷（ A ）卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成 绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名		陈勤、袁友伟、周丽、吴向阳、陈溪源、李玉、方启明	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	计算机类

一 判断题（每小题 2 分，共 10 分）

1	√	2	√	3	√	4	×	5	×

二 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

6	B	7	C	8	C	9	A	10	C
11	A	12	B	13	A	14	C	15	D

三 简答题（70 分）

(16) (8 分)

解:

1) 命题公式 $p\vee q\wedge r\rightarrow p\wedge q\vee r$ 的真值表计算如下

p	q	r	q∧r	p∧q	p∨(q∧r)	(p∧q) ∨r	完整公式
0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	1	0	0	0	0	1
0	1	0	0	0	0	0	1
0	1	1	1	0	1	1	1
1	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	0	0	1	1	1
1	1	0	0	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1

2) 标准析取范式为 $m_{000}\vee m_{001}\vee m_{010}\vee m_{011}\vee m_{101}\vee m_{110}\vee m_{111}$

3) 标准合取范式为 M_{100}

评分标准:

真值表正确得 4 分（错 1 个扣 1 分，扣完为止）；标准范式正确各 2 分（错 1 处扣 1 分）；

(17) (10 分)

证明: （评分标准：错一步扣一分，扣完为止。）

(1) $\exists x\,(C(x)\wedge Q(x))$ P

(2) $C(a)\wedge Q(a)$ ES(1)

(3) $\forall x(C(x)\rightarrow W(x)\wedge R(x))$ P

(4) $C(a)\rightarrow W(a)\wedge R(a)$ US(3)

(5) $C(a)$ T(2)

(6) $Q(a)$ T(2)

(7) $W(a)\wedge R(a)$ T(4,5)

(8) $R(a)$ T(7)

(9) $Q(a)\wedge R(a)$ T(6,8)

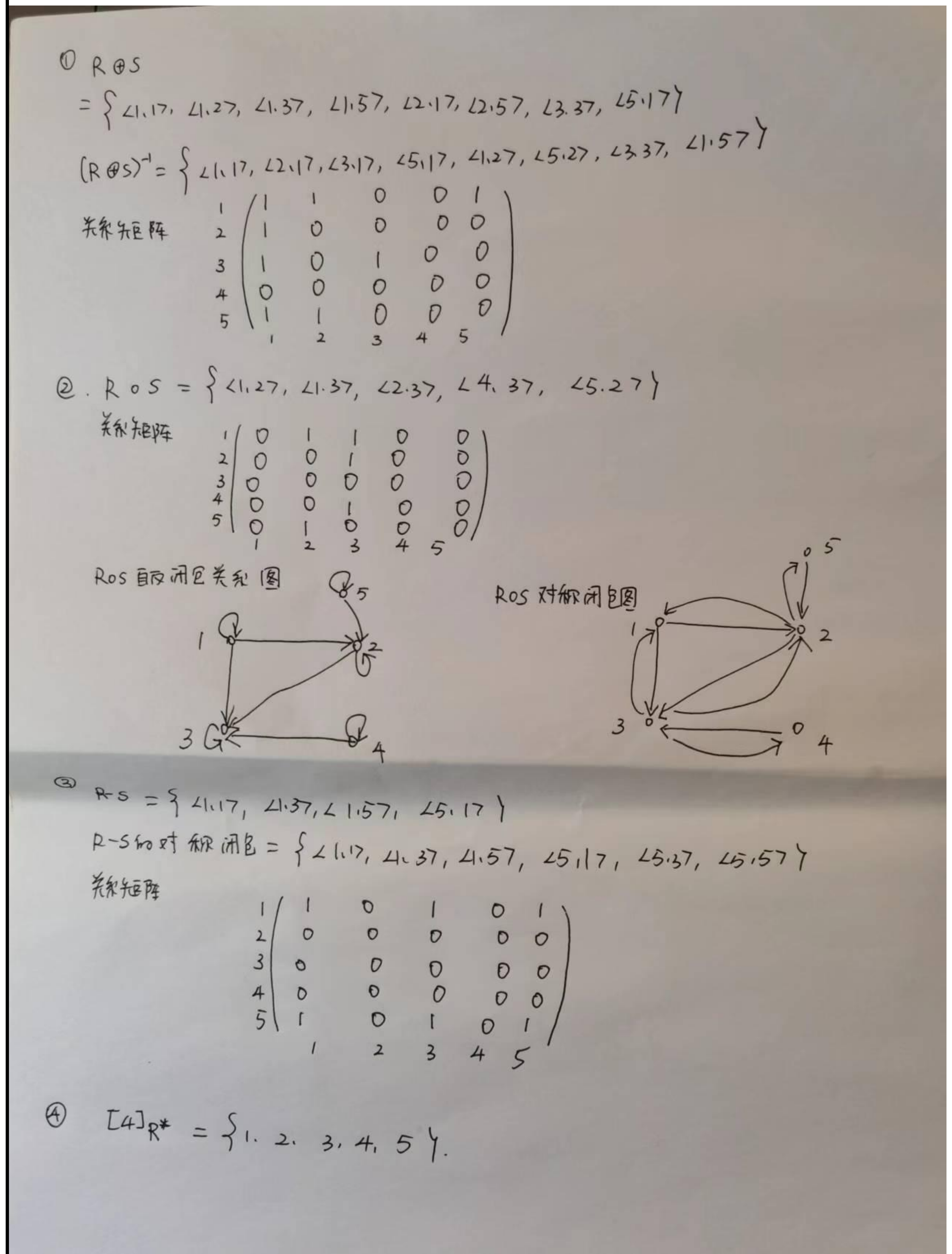
(10) $\exists x\,(Q(x)\wedge R(x))$ EG(9)

因此: $\forall x(C(x)\rightarrow W(x)\wedge R(x))\wedge\exists x\,(C(x)\wedge Q(x))\Rightarrow\exists x\,(Q(x)\wedge R(x))$

(18) (12 分)

解：**评分标准：每个关系矩阵、关系图、等价类各 2 分。**

具体的如下图所示。



① $R \oplus S$

$= \{\langle 1,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 1,5\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 2,5\rangle, \langle 3,3\rangle, \langle 5,1\rangle\}$

$(R\oplus S)^{-1} = \{\langle 1,1\rangle, \langle 2,1\rangle, \langle 3,1\rangle, \langle 5,1\rangle, \langle 1,2\rangle, \langle 5,2\rangle, \langle 3,3\rangle, \langle 1,5\rangle\}$

关系矩阵

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\end{matrix} \\ \begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\end{matrix} & \begin{pmatrix}1 & 1 & 0 & 0 & 1\\ 1 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

② $R\circ S = \{\langle 1,2\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 2,3\rangle, \langle 4,3\rangle, \langle 5,2\rangle\}$

关系矩阵

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\end{matrix} \\ \begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\end{matrix} & \begin{pmatrix}0 & 1 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0\end{pmatrix}\end{array}$$

Ros 自反闭包关系图

Ros 对称闭包图

③ $R-S = \{\langle 1,1\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 1,5\rangle, \langle 5,1\rangle\}$

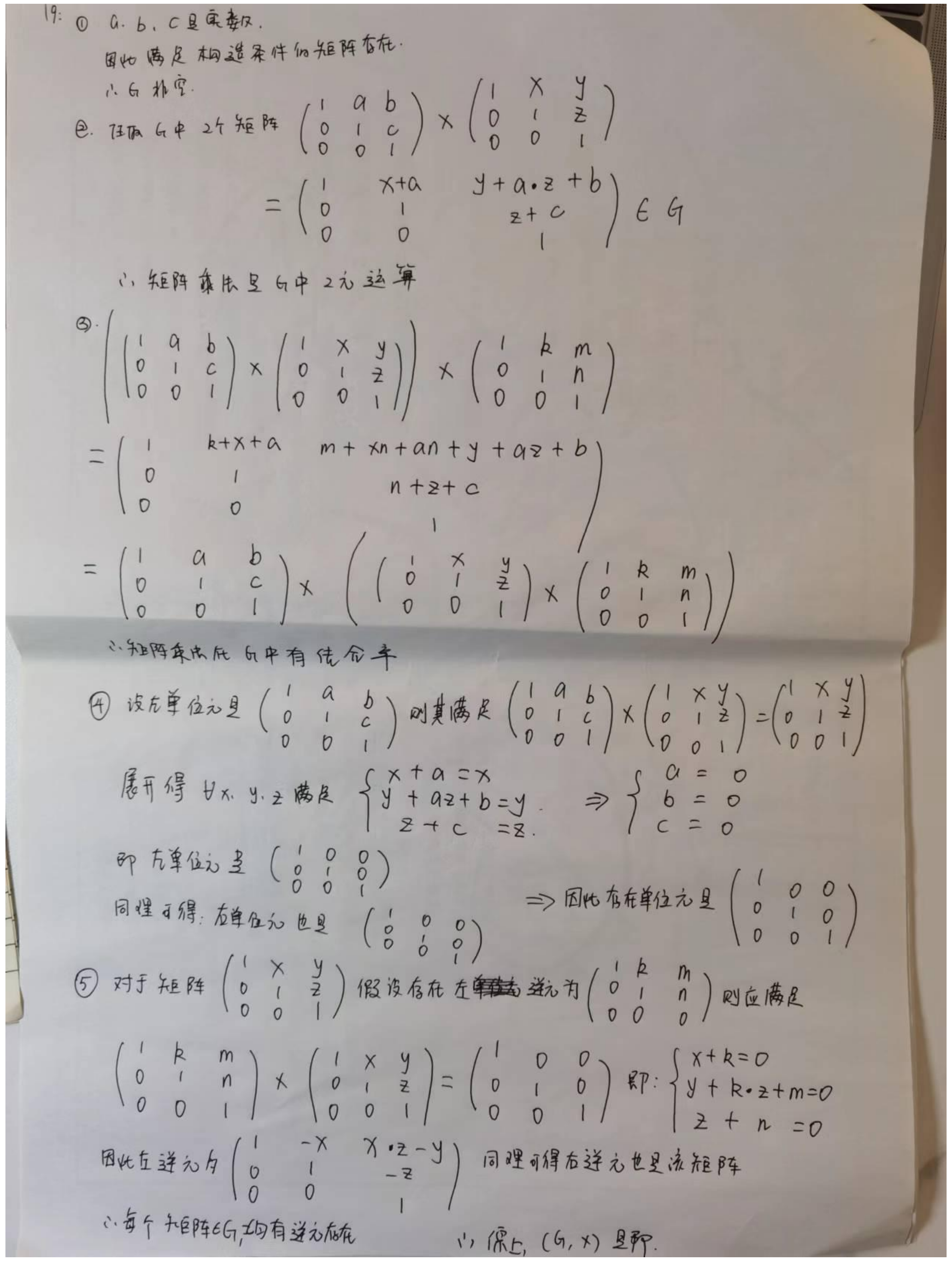
$R-S$ 的对称闭包 $= \{\langle 1,1\rangle, \langle 1,3\rangle, \langle 1,5\rangle, \langle 5,1\rangle, \langle 5,3\rangle, \langle 5,5\rangle\}$

关系矩阵

$$\begin{array}{c|c} & \begin{matrix}1 & 2 & 3 & 4 & 5\end{matrix} \\ \begin{matrix}1\\2\\3\\4\\5\end{matrix} & \begin{pmatrix}1 & 0 & 1 & 0 & 1\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0\\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1\end{pmatrix}\end{array}$$

④ $[4]_{R^*} = \{1, 2, 3, 4, 5\}$.

(19) (12 分) 评分标准：集合非空 1 分，是二元运算 2 分；具有结合律，单位元，逆元各 3 分。



19: ① a、b、c 是实数.

因此满足构造条件的矩阵存在.

∴ G 非空.

② 任取 G 中 2 个矩阵 $\begin{pmatrix}1 & a & b\\ 0 & 1 & c\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

$$= \begin{pmatrix}1 & x+a & y+a\cdot z+b\\ 0 & 1 & z+c\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \in G$$

∴ 矩阵乘法是 G 中 2 元运算

③ $$\left(\begin{pmatrix}1 & a & b\\ 0 & 1 & c\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\right) \times \begin{pmatrix}1 & k & m\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1 & k+x+a & m+xn+an+y+az+b\\ 0 & 1 & n+z+c\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix}1 & a & b\\ 0 & 1 & c\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \times \left(\begin{pmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1 & k & m\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}\right)$$

∴ 矩阵乘法在 G 中有结合率

④ 设左单位元是 $\begin{pmatrix}1 & a & b\\ 0 & 1 & c\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 则其满足 $\begin{pmatrix}1 & a & b\\ 0 & 1 & c\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

展开得 $\forall x, y, z$ 满足 $\begin{cases} x+a=x\\ y+az+b=y\\ z+c=z\end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=0\\ b=0\\ c=0\end{cases}$

即左单位元是 $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

同理可得：右单位元也是 $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ $\Rightarrow$ 因此存在单位元是 $\begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$

⑤ 对于矩阵 $\begin{pmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 假设存在左~~单位元~~逆元为 $\begin{pmatrix}1 & k & m\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 0\end{pmatrix}$ 则应满足

$$\begin{pmatrix}1 & k & m\\ 0 & 1 & n\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \times \begin{pmatrix}1 & x & y\\ 0 & 1 & z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} = \begin{pmatrix}1 & 0 & 0\\ 0 & 1 & 0\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix} \text{ 即：} \begin{cases} x+k=0\\ y+k\cdot z+m=0\\ z+n=0\end{cases}$$

因此左逆元为 $\begin{pmatrix}1 & -x & x\cdot z-y\\ 0 & 1 & -z\\ 0 & 0 & 1\end{pmatrix}$ 同理可得右逆元也是该矩阵

∴ 每个矩阵 ∈ G，均有逆元存在　　∴ 综上，$(G, \times)$ 是群.

座位号:

(20) (10 分) 评分标准：将问题抽象为图论问题：3 分；使用哈密尔顿图进行解释说明：7 分；按具体完成情况给分。

证明:

设 n 位代表的集合为图 G 的顶点集合, 若两人相识, 则其间连一条边。这样得到的图 G 是人的相识图。显然 G 是一个简单图, 图中顶点的度恰好表示该人认识的其他人的个数。

利用图 G，原题就抽象为下面的图论问题：在具有 n 个顶点简单图 G 种，若 $\forall u,v \in V$，$u \neq v$，其余的 $n-2$ 顶点都与 u 或 v 相邻，则 G 中存在哈密尔顿路或哈密尔顿回路。

(1) 若 u 与 v 认识，则 $d(u)+d(v) \geq 2+(n-2)=n$，

(2) 若 u 与 v 不认识，则对任意的顶点 w，当 $w \neq u$ 且 $w \neq v$ 时，u 与 v 都认识 w。否则若 u 不认识 w，即 v 和 w 都不认识 u，从而 v 和 w 合起来至多认识其余的 $n-3$ 个人，矛盾。于是 u 与 v 都认识 w，由 w 的任意性可知

$$d(u)+d(v) \geq 2(n-2)$$

当 $n \geq 4$ 时，$2(n-2) \geq n$，于是无论认识与否都有

$$d(u)+d(v) \geq n$$

根据定理知 G 中存在哈密尔顿回路，所以这 n 位代表能排成一个圆圈，使得每个人都认识两旁的人。

(21) (10 分) 评分标准：点、边连通度、基本割集、基本回路、欧拉图各 2 分。

1) 点连通度：2； 边连通度：2

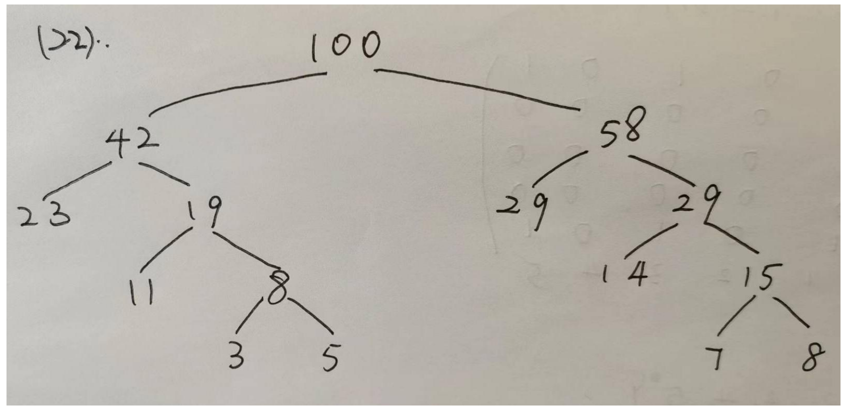
2) (1，2) 的基本割集：{(1,2), (2,8), (8,9), (5,9), (5,4)}

3) (5，9) 的基本回路：1→2→3→9→5→7→1

4) 不是欧拉图，因为存在奇点。

(22) (8 分) 评分标准：最优二叉树 6 分；总权值：2 分。

解:



总权值:

总权值 = 100+42+58+19+29+8+15=271

座位号:

杭州电子科技大学学生考试卷（ B ）卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成 绩	
课程号	A0501520	教师号			任课教师姓名	余日泰、袁友伟、周丽、吴向阳、陈溪源、李玉、方启明、程世超	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	计算机类

请将答案填写在答卷纸上。

一、 判断题（每小题 2 分，共 10 分）

(1) 标准析取范式中所有最大项的编码是命题公式的所有成假赋值。(　　)

(2) 个体域为实数时，$\forall x\exists y(x\times y=0)=\exists y\forall x(x\times y=0)$都为真。(　　)

(3) 设二元关系 R 和 S 都具有自反性，则 $R\cap S$ 也具有自反性。(　　)

(4) 实数域 R 上全体 n 阶方阵的集合 Mn(R)，关于矩阵的加法可以构成一个交换群。(　　)

(5) 若一个(p, q)图是连通图，则 $q > p-1$。(　　)

二、 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

(6) 与 $p\vee(\neg p\vee q\wedge\neg q)$ 等价的是（　　）。

(A) $p\vee(\neg p\vee q)\wedge\neg q$　　(B) $(p\vee\neg p\vee q)\wedge\neg q$

(C) 0　　(D) 1

(7) 除非你 48 小时内测过核酸，否则无法进入商场。设 P：你 48 小时内测过核酸，Q：你可以进入商场，则符号化结果为（　　）。

(A) $Q\wedge P$；　　(B) $Q\rightarrow P$；

(C) $Q\vee P$　　(D) $\neg Q\rightarrow P$

(8) 下列哪些式子成立？（　　）

(A) $\forall x(A(x)\wedge C) = \forall x A(x)\vee C$

(B) $\forall x(A(x)\vee C) = \forall x A(x)\vee C$

(C) $\exists x(A(x)\rightarrow C)) = \exists x A(x)\rightarrow C$

(D) $\forall x(A(x)\rightarrow B(x)) = \exists x A(x)\vee\exists x B(x)$

(9) 有些杭电同学还没有接种第二支新冠疫苗。因此，有些接种过第一支新冠疫苗的同学没有接种第二支新冠疫苗。以上哪项能保证上述推论成立？（　　）。

(A) 所有接种过第二支新冠疫苗的同学都接种过第一支。

(B) 有些杭电同学接种过第一支新冠疫苗。

(C) 所有杭电同学都接种过第一支新冠疫苗。

(D) 以上都不正确

(10) 集合 A={a, {a}, {Ø} }，以下正确的是（　　）。

(A) $Ø\in A$　　(B) $\{a\}\in A$　　(C) $\{Ø\}\subseteq Ø$　　(D) $\{Ø\}\subseteq A$

(11) 以下哪个关系不具有传递性（　　）

(A) {<1,1>, <2,2>}

(B) {<1,2>, <2,3>, <1,3>}

(C) {<1,2>, <2,3>, <3,4>, <4,1>}

(D) {<1,2>, <3,2>}

(12) 以下哪个 f 不是 A 到 B 的函数？（　　）。

(A) 若 A = B = R, xfy 表示 $x^3 = y^3$

(B) 若 A = B = R, xfy 表示 $x^2 = y^2$

(C) 若 A = B = Z+, xfy 表示 $x^2 = y^2$

(D) 以上都是 A 到 B 的函数

*	a	b	c	d	e
a	a	b	c	d	e
b	b	d	a	c	d
c	c	a	b	a	b
d	d	a	c	d	c
e	e	d	a	c	e

(13) 给定 2 元运算*如右图所示，（　　）是正确的。

(A) *运算没有等幂元

(B) *运算具有零元

(C) *的单位元是 a

(D) d 的逆元是 b

座位号:

(14) 对于群 <G, *>，以下说法错误的是？（　　）。

(A) 如果|G| = 7，则 G 是一个循环群

(B) 如果|G| = 8，则存在 x∈G 满足|x| = 2

(C) 如果 G=<Z_9,$+_9$>，则 G 是一个循环群有 7 个生成元

(D) 所有的循环群都是阿贝尔群

(15) 无向图 G 的邻接矩阵如右所示，（　　）是错误的。

$$\begin{bmatrix} 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 1 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

(A) 该图有 5 个顶点，8 条边。

(B) 该图没有环。

(C) 该图是简单图。

(D) 该图不存在生成树。

三、综合题(共 70 分)

(16) (8 分) 求命题公式 $(p \wedge q \rightarrow r) \wedge (q \rightarrow r \vee s)$ 的标准析取范式和标准合取范式。

(17) (8 分) 证明谓词逻辑 $\exists x(P(x) \rightarrow Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x) \rightarrow \exists x Q(x)$

(18) (12 分) 设集合 A={1,2,3,4}，R 和 S 是 A 上的二元关系：

R = {<i, j> | j = i + 1}

S = {<i, j> | i = j + 2} 都是 A 上的关系。

1) 求 R⊕S 的关系矩阵并画出相应的关系图；

2) 求 r(S∘R)和 s(S∘R)的关系矩阵；

3) 计算$(R-S)^{-1}$的等价闭包（就是包含$(R-S)^{-1}$的最小等价关系）。

(19) （10 分）设 R1 和 R2 是整数集合 Z 的等价关系，关系 R 的定义如下：

R = {<<a,b>, <c,d>> | a, b, c, d ∈ Z, <a, c> ∈ R1, <b, d> ∈ R2}

证明：R 是整数 Z 上的等价关系。

(20) (12 分) G = {f(x) = ax + b | a ≠0, a, b ∈R}，证明<G, °>是群，其中°是复合运算。

(21) (10 分) 如右图所示的连通图 G，粗线表示 G 的一棵生成树 T。

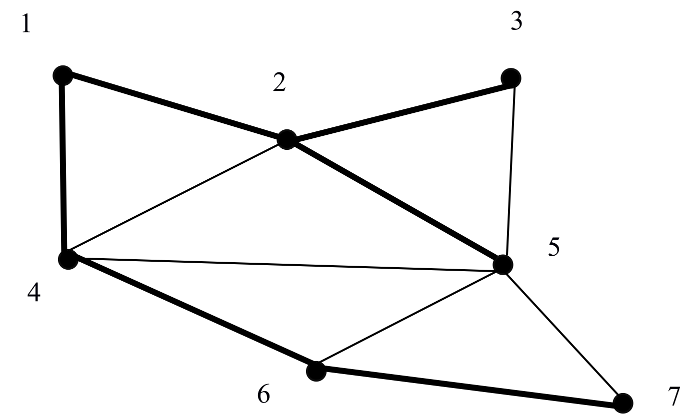
1) 写出弦 (2, 4) 所对应的基本回路；

2) 写出枝 (1, 4) 所对应的基本割集；

3) G 是哈密尔顿图吗？（请给出理由）

4) G 是欧拉图吗？（请给出理由）

5) 求图 G 的点连通度和边连通度。



(22) (10 分) 使用 Huffman 算法，画出一个权为 5，8，3，4，12，30，20，18 的最优二叉树，并计算出它的总权值。

座位号:

杭州电子科技大学学生考答卷（ B ）卷

考试课程	离散数学		考试日期	2022 年 月 日		成 绩	
课程号	A0501520	教师号		任课教师姓名		余日泰、袁友伟、周丽、吴向阳、陈溪源、李玉、方启明、程世超	
考生姓名		学号（8 位）		年级		专业	计算机类

一 判断题（每小题 2 分，共 10 分）

1	×	2	√	3	√	4	√	5	×

二 选择题（每小题 2 分，共 20 分）

6	D	7	B	8	B	9	C	10	B
11	C	12	B	13	C	14	C	15	D

三 综合题（共 70 分）

(16) (8 分)

评分标准：真值表：4 分；标准析取范式和标准合取范式各 2 分。

解:

公式真值表如下：

p	q	r	s	$p\wedge q$	$r\vee s$	$p\wedge q\to r$	$q\to r\vee s$	完整
0	0	0	0	0	0	1	1	1
0	0	0	1	0	1	1	1	1
0	0	1	0	0	1	1	1	1
0	0	1	1	0	1	1	1	1
0	1	0	0	0	0	1	0	0
0	1	0	1	0	1	1	1	1
0	1	1	0	0	1	1	1	1
0	1	1	1	0	1	1	1	1
1	0	0	0	0	0	1	1	1
1	0	0	1	0	1	1	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	1
1	1	0	0	1	0	0	0	0
1	1	0	1	1	1	0	1	0
1	1	1	0	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	1

标准析取范式：m0000∨ m0001∨ m0010∨ m0011∨ m0101∨ m0110∨ m0111∨ m1000∨ m1001∨ m1010∨ m1011∨ m1110∨ m1111

标准合取范式：M0100 ∧M1100 ∧M1101

(17) (8 分)

评分标准：共 8 分，按完成程度给分。

解:

$\exists x(P(x)\to Q(x)) \Rightarrow \forall x P(x)\to \exists x Q(x)$

①	$\exists x(P(x)\to Q(x))$	P
②	$\exists x(\neg P(x)\vee Q(x))$	E(1)
③	$\exists x\neg P(x)\vee \exists x Q(x)$	量词分配律 E(2)
④	$\neg\forall x P(x)\vee \exists x Q(x)$	E(3)
⑤	$\forall x P(x)\to \exists x Q(x)$	E(4)

(18) (12 分)

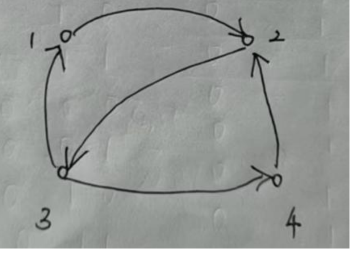
解:

1）评分标准：关系矩阵 2 分；关系图 2 分；

关系矩阵：

$$\begin{array}{c} 1\\2\\3\\4 \\ \ \end{array}\begin{array}{c}\begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0\\ 0 & 0 & 1 & 0\\ 1 & 0 & 0 & 1\\ 0 & 1 & 0 & 0 \end{pmatrix}\\ \begin{array}{cccc}1 & 2 & 3 & 4\end{array}\end{array}$$

关系图



2）评分标准：自反闭包关系矩阵 2 分；对称闭包关系矩阵 2 分；

r(S∘R) 关系矩阵

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix} \\ \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}\end{array}$$

s(S∘R) 关系矩阵

$$\begin{array}{c} 1 \\ 2 \\ 3 \\ 4 \\ \\ \end{array}\begin{array}{c}\begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix} \\ \begin{array}{cccc} 1 & 2 & 3 & 4 \end{array}\end{array}$$

3）评分标准：等价闭包：4 分，按照完成程度给分。

$(R-S)^{-1}$ 的等价闭包 = { <1,1>, <1,2>, <1,3>, <1,4>,

<2,1>, <2,2>, <2,3>, <2,4>,

<3,1>, <3,2>, <3,3>, <3,4>,

<4,1>, <4,2>, <4,3>, <4,4> }

(19)　(10 分)

评分标准：自反性、对称性证明各 3 分；传递性证明 4 分。

解：(1）自反性

∀a, b ∈ Z, 因为 R1 和 R2 都是等价关系

∴<a,a> ∈ R1, <b, b>∈R2

∴ < <a,b>, <a,b> > ∈ R

因此 R 具有自反性

（2）对称性

∀< <a,b>, <c,d> > ∈ R 都有 <a, c> ∈ R1, <b, d> ∈ R2

因为 R1 和 R2 都是等价关系，∴<c, a> ∈ R1, <d, b> ∈ R2

∴ <<c,d>, <a, b> > ∈ R

因此 R 具有对称性

（3）传递性

∀< <a,b>, <c,d> > ∈ R,　< <c,d>, <e,f> > ∈ R 都有

<a, c> ∈ R1, <b, d> ∈ R2

<c, e> ∈ R1, <d, f> ∈ R2

因为 R1 和 R2 都是等价关系，∴<a,e> ∈R1, <b,f>∈R2

∴<<a,b>, <e,f>> ∈ R

因此，R 具有传递性

所以，R 是等价关系。

(20)　(12 分)

评分标准：非空、封闭性二元运算、结合律各 2 分；单位元 3 分；逆元 3 分

解:

因为 x∈G，所以 G 非空。

因为 (ax+b)。(cx+d)= c(ax+b)+d= cax+cb+d∈G，所以满足封闭性要求。因此是二元运算

复合运算满足结合律。

有单位元 x

对任何元素 ax+b 来说，逆元是 1/a x - b/a ∈G

所以，$<G, \circ>$ 是群。

座位号:

(21)　(10 分)

评分标准：**每小题 2 分。**

解:

1) 弦 (2，4) 所对应的基本回路：1->2->4->1

2) 枝 (1，4) 所对应的基本割集:{ (1,4), (2,4), (4,5), (5,6), (5,7)}

3)　G 是哈密尔顿图，因为存在哈密尔顿回路

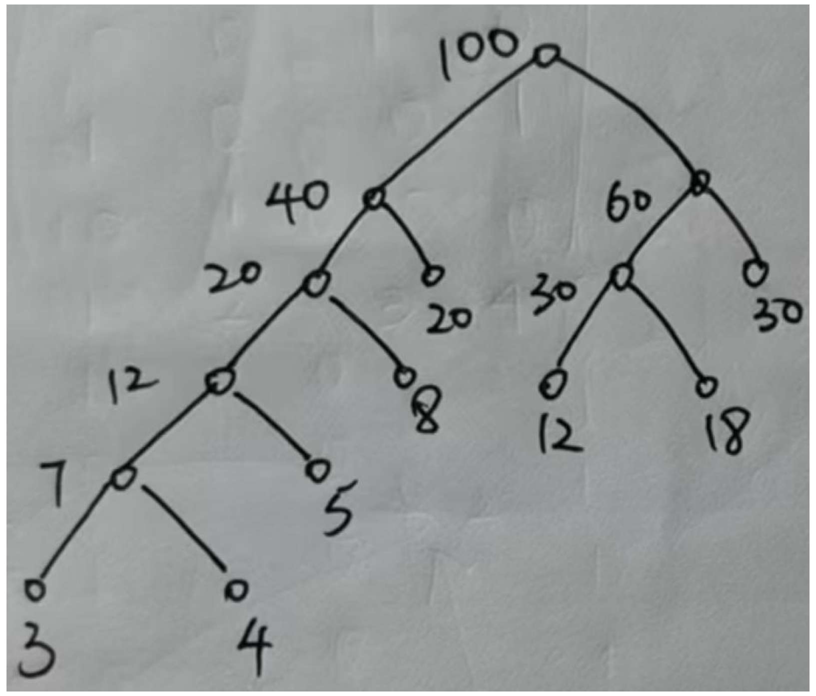
4)　G 不是欧拉图吗，因为有奇点

5)　G 的点连通度和边连通度都是 2

(22)　(10 分)

评分标准：**最优二叉树 8 分；总权值：2 分。**

解：最优二叉树如图所示：



总权值:

100 + 40+20+12+7+60 +30= 269